STÖRUNGSRECHNUNG, INTERGRALE

Störungerechnung ist eine leistungsfähige Methode, um effektiv Probleme zu behandeln, die als kleine Störungen von einfachen Problemen aufgefasst werden können. Integrieren gehört neben dem Differenzieren zu einer der wichtigsten Techniken, die der Physiker auf dem Gebiet der Analysis benötigt. Beides üben wir daher hier an einfachen Beispielen.

[P23] *Langsamer Harmonischer Oszillator*
Wir betrachten den ein-dimensionalen harmonischen Oszillator $\ddot{x} = -\omega^2 x$ für den Fall, dass $\omega^2 \ll t^{-2}$ für interessante Zeiten t ist. Was erhalten Sie in Störungsrechnung erster Ordnung in ω^2 für die Anfangsbedingung $x(0) = a$, $\dot{x}(0) = 0$?

[P24] *Schon wieder Elefanten*
Wir interessieren uns noch einmal für die Elefanten aus **[P22]**, deren Population der Bewegungsgleichung $\dot{N} = \alpha N - \beta N^2$ gehorcht. Die Lösung $N(t)$ wollen wir heute nur linear in dem Koeffizienten β bestimmen. Berechnen Sie mit Störungsrechnung $N^{(0)}(t) + N^{(1)}(t)$. Ergibt sich damit tatsächlich der Reihenanfang der bekannten exakten Lösung $N(t) = \left[\frac{\beta}{\alpha} + \left(\frac{1}{N_0} - \frac{\beta}{\alpha}\right)\mathrm{e}^{-\alpha t}\right]^{-1}$?

[P25] *Bestimmtes Integral*
Berechnen Sie $\displaystyle\int_0^2 \mathrm{d}x \left(\frac{2}{1+(x-2)^2} + \frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$.